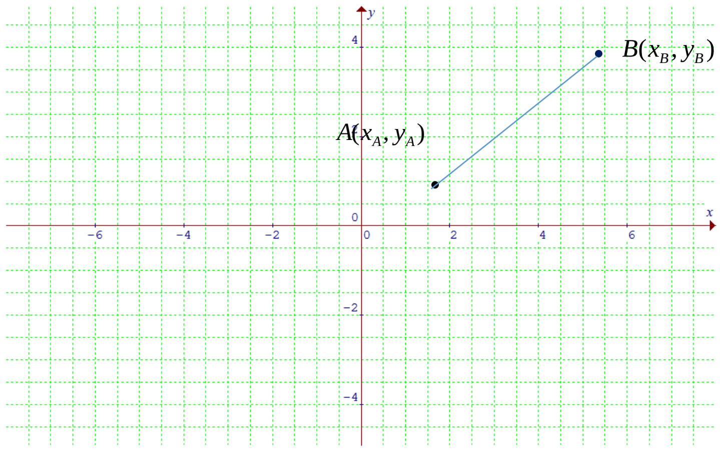
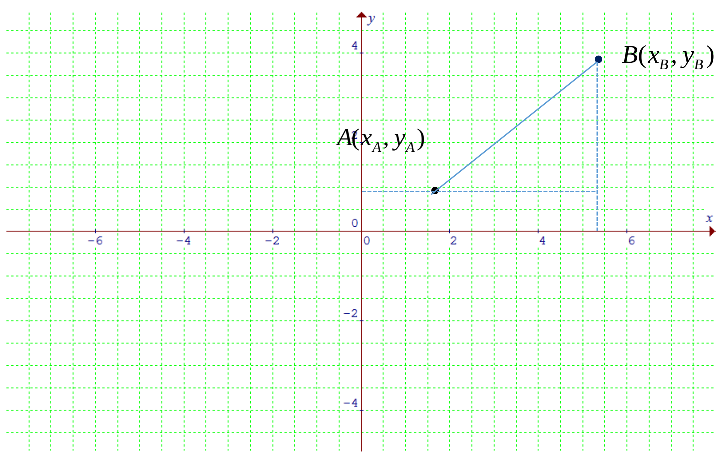
DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

Recordando el problema de ubicación de Javier y Beatriz, ¿Cómo se puede calcular la distancia de la fuente de Neptuno a la tienda Karla?

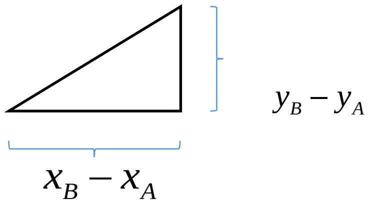
Consideremos que tenemos que encontrar la distancia entre los dos puntos $A(x_A, y_A)$ y $B(x_B, y_B)$ que se muestran en la figura siguiente:



Para determinar la longitud del segmento $\overline{AB}$ (que corresponde a la distancia entre los puntos A y B) construye un triángulo rectángulo considerando como vértices los puntos A y B., el tercer vértice se localiza donde se cruzan una línea horizontal trazada desde el punto A y una línea vertical trazada desde el punto B.



Las longitudes de los catetos son respectivamente:



Aplicamos el teorema de Pitágoras $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$:

$$\overline{AB}^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

De donde, $\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

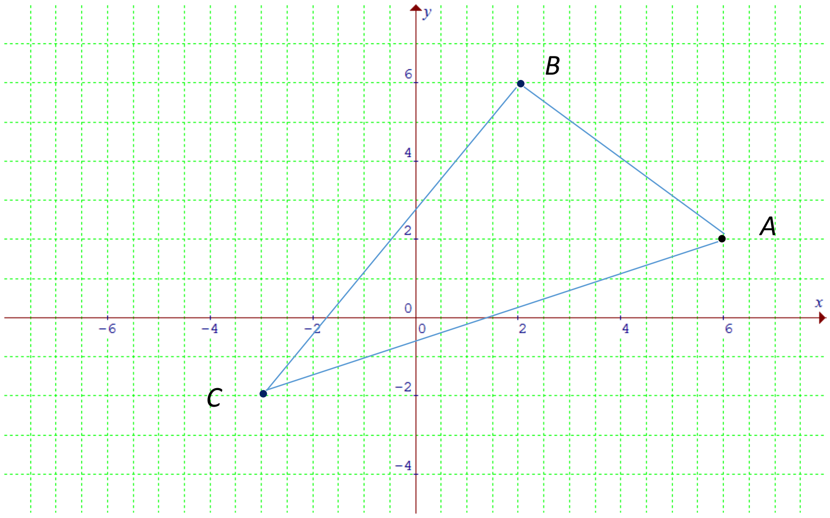
Concepto clave 3 La **distancia** entre esos dos puntos o longitud del segmento $\overline{AB}$ está dada por $\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{\left(x_A - x_B\right)^2 + \left(y_A - y_B\right)^2}$

Esta es la fórmula para calcular la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano. También la puedes utilizar para determinar la longitud de un segmento si conoces las coordenadas de sus extremos.

Ejemplo 1

Averigua qué tipo de triángulo (escaleno, isósceles o equilátero) es el formado por los puntos $A(6,2)$, $B(2,6)$ y $C(-3,-2)$

Enseguida se muestra el triángulo formado por los puntos.



Solución:

Una forma de determinar el tipo de triángulo es conocer cómo son entre sí las longitudes de los lados, si son iguales o diferentes y para esto utilizamos la fórmula de la distancia. Calculamos la medida de cada lado

$$\overline{AB} = \sqrt{(2-6)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 5.656854249$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-3-2)^2 + (-2-6)^2} = \sqrt{25+64} = \sqrt{89} = 9.433981132$$

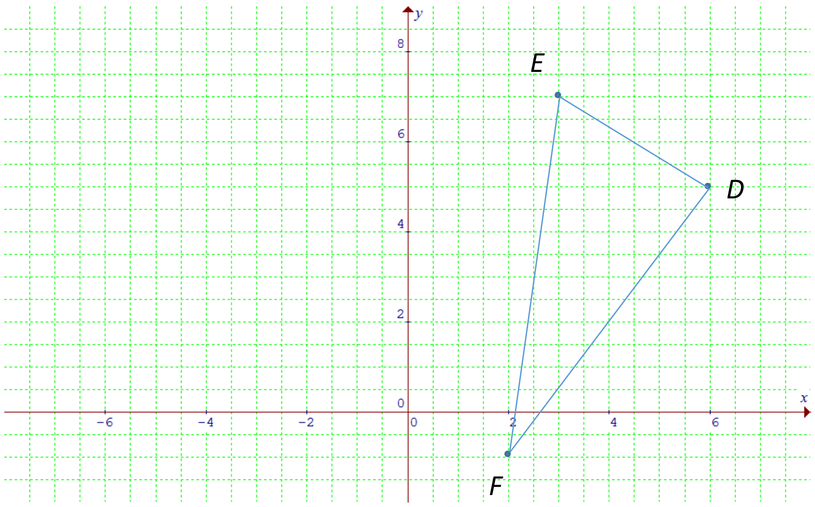
$$\overline{CA} = \sqrt{(6-(-3))^2 + (2-(-2))^2} = \sqrt{81+16} = \sqrt{97} = 9.848857802$$

Podemos apreciar que las 3 cantidades son diferentes, por lo tanto el triángulo es escaleno.

Ejemplo 2

Determina el perímetro del triángulo formado por los puntos $D(6,5)$,$E(3,7)$ y

$F(2,-1)$ y averigua si es o no un triángulo rectángulo



Solución:

Calculamos nuevamente las longitudes de los lados del triángulo

$$\overline{DE} = \sqrt{(3-6)^2 + (7-5)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} = 3.605551275$$

$$\overline{EF} = \sqrt{(2-3)^2 + (-1-7)^2} = \sqrt{1+64} = \sqrt{65} = 8.062257748$$

$$\overline{FD} = \sqrt{(2-6)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 7.211102551$$

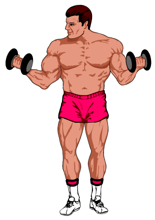
El perímetro del triángulo se obtendrá sumando las longitudes de los lados

$$P = \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = 18.87891157$$

Por otro lado, para averiguar si el triángulo es rectángulo, revisemos si las longitudes de los lados cumplen el teorema de Pitágoras. Por los resultados que obtuvimos, el lado $\overline{EF}$ es el mayor de los tres y podría ser la hipotenusa, veamos entonces si se cumple $\overline{EF}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{FD}^2$

$\left(\sqrt{65}\right)^2 = \left(\sqrt{13}\right)^2 + \left(\sqrt{52}\right)^2$ y efectivamente 65 = 13 + 52

¡El triángulo es un triángulo rectángulo!



Ejercicio 1

1. Verificar que los puntos $P(-2,-1), Q(2,2)$ y $R(5,-2)$ forman un triángulo isósceles
2. Demostrar que los puntos $F(-1,-5), G(2,1), H(1,5)$ e $I(-2,-1)$ son los vértices de un paralelogramo. Sugerencia: En el curso de matemáticas II se vio que un paralelogramo es un cuadrilátero con lados opuestos paralelos y de la misma longitud.
3. Utilizando la distancia entre dos puntos verificar que los puntos $A(5,-5), B(3,7)\ y\ C(-2,0)$ forman un triángulo rectángulo.
4. Demuestra que los puntos $A(0,1), B(3,5), C(7,2)\ y\ D(4,-2)$ son los vértices de un cuadrado. Recordar lo visto en matemáticas II, tomar en cuenta cómo deben ser los lados y ángulos de un cuadrado
5. Encuentra el perímetro del triángulo formado por los puntos $(2,-5), (-3,4)\ y\ (-4,-3)$ y di qué tipo de triángulo es.